Ε Θ Ν Ι Κ Ο   Μ Ε Τ Σ Ο Β Ι Ο   Π Ο Λ Υ Τ Ε Χ Ν Ε Ι Ο

Τ Μ Η Μ Α   Ε Φ Α Ρ Μ Ο Σ Μ Ε Ν Ω Ν
Μ Α Θ Η Μ Α Τ Ι Κ Ω Ν   Κ Α Ι   Φ Υ Σ Ι Κ Ω Ν   Ε Π Ι Σ Τ Η Μ Ω Ν

Τ Ο Μ Ε Α Σ   Φ Υ Σ Ι Κ Η Σ

Εξέταση στο μάθημα **Φ Υ Σ Ι Κ Η   Ι** 5 Φεβρουαρίου 2002

Διδάσκοντες: Λ. Απέκης, Ρ. Βλαστού, Κ. Χριστοδουλίδης

Διάρκεια εξέτασης: 2,5 ώρες. Απαντήστε σε όλα τα θέματα. Τα θέματα είναι ισοδύναμα.

Θέμα 1. Σώμα μάζας m κινείται κατά μήκος του άξονα των x. Τη χρονική στιγμή $t=0$ βρίσκεται στο σημείο $x=0$ και έχει ταχύτητα $\upsilon_0\hat{\mathbf{x}}$, όπου $\upsilon_0 > 0$. Πάνω στο σώμα ασκείται δύναμη τριβής η οποία, για θετικές τιμές της ταχύτητάς του υ, δίνεται από τη σχέση $F_{\tau\rho} = -k\sqrt{\upsilon}$, με το k θετική σταθερά.

(α) Βρείτε την ταχύτητα $\upsilon(t)$ του σώματος συναρτήσει του χρόνου t, για $t>0$. Δείξετε ότι η $\upsilon(t)$ μηδενίζεται για κάποια τιμή του χρόνου $t=T$ και βρείτε την τιμή του T.

(β) Βρείτε τη θέση $x(t)$ του σώματος συναρτήσει του χρόνου t, για $t>0$. Βρείτε τη μέγιστη μετατόπιση του σώματος κατά μήκος του άξονα των x.

Θέμα 2. Ένα σώμα μπορεί να κινηθεί πάνω στον άξονα των x. Η δυναμική του ενέργεια (σε μονάδες S.I.) είναι ίση με

$$U(x) = -x(x^2-1)\,.$$

(α) Να σχεδιαστεί πρόχειρα η συνάρτηση $U(x)$. Να βρεθούν τα σημεία ισορροπίας του σώματος, καθώς και το είδος της ισορροπίας στο καθένα από αυτά.

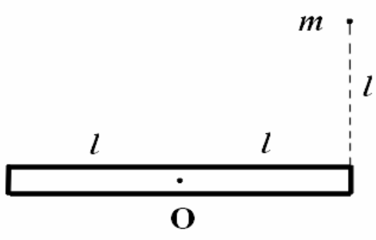
(β) Να βρεθεί η δύναμη $F(x)$ που ασκείται πάνω στο σώμα. Σε ποιες περιοχές του άξονα η δύναμη είναι ελκτική ως προς το σημείο $x=0$ (δηλαδή σπρώχνει το σώμα προς το σημείο $x=0$) ;

(γ) Αν το σώμα αφεθεί ελεύθερο με μηδενική ταχύτητα από το σημείο $x=0$, περιγράψτε την κίνηση που θα εκτελέσει.

(δ) Πόση κινητική ενέργεια πρέπει να έχει το σώμα στη θέση $x=0$ για να διαφύγει στο $x=\infty$;

Θέμα 3. Μια ομογενής λεπτή ράβδος έχει μήκος 2ℓ και μάζα M. Η ράβδος μπορεί να περιστραφεί γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο της, Ο, και είναι κάθετος σε αυτήν. Η ροπή αδράνειας της ράβδου γύρω από αυτόν τον άξονα είναι $I_0 = \frac{1}{3}M\ell^2$. Η ράβδος είναι αρχικά ακίνητη και οριζόντια.

Μια σημειακή μάζα $m = M/3$ βρίσκεται αρχικά ακίνητη πάνω από το ένα άκρο της ράβδου, και σε ύψος ℓ πάνω από αυτό. Η μάζα αφήνεται ελεύθερη, με μηδενική αρχική ταχύτητα, να πέσει και να συγκρουστεί με το άκρο της ράβδου, στο οποίο και σφηνώνεται.



Δείξετε ότι:

(α) Η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου μετά από την κρούση είναι $\omega_0 = \sqrt{g/2\ell}$.

(β) Κατά την κρούση, η μισή κινητική ενέργεια της m μετατρέπεται σε θερμότητα.

(γ) Η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα του συστήματος της ράβδου και της σημειακής μάζας στην κίνηση που θα επακολουθήσει είναι $\omega_{\max} = \sqrt{3}\,\omega_0$.

$\Rightarrow \Rightarrow \Rightarrow$

Θέμα 4. Ένα φωτόνιο έχει ενέργεια $E_\gamma = \mu c^2$, όπου μ μια θετική σταθερά. Το φωτόνιο συγκρούεται με ακίνητο σωματίδιο του οποίου η μάζα ηρεμίας είναι M. Μετά τη σύγκρουση δημιουργείται ένα σωματίδιο μάζας ηρεμίας m_0 το οποίο παραμένει ακίνητο, και ένα άλλο σωματίδιο μάζας ηρεμίας m_1 το οποίο κινείται με ταχύτητα υ_1.

(α) Δείξετε ότι είναι $\dfrac{\upsilon_1}{c} = \dfrac{\mu}{M - m_0 + \mu}$.

(β) Δείξετε ότι είναι $m_1 = \sqrt{(M - m_0)(M - m_0 + 2\mu)}$.

(γ) Εξηγήστε με λόγια τι συμβαίνει στις ειδικές περιπτώσεις:
(i) όταν είναι $m_0 = 0$, και (ii) όταν είναι $m_0 = M$.

Χρήσιμες σχέσεις

(Χρήσιμες μεν, πολύ περισσότερες από όσες θα χρειαστείτε δε)

$$\vec{\mathbf{F}} = -\nabla U \qquad \vec{\mathbf{L}} = M\,\vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{v}} \qquad \vec{\mathbf{N}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}} \qquad \frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt} = \vec{\mathbf{N}} \qquad 1! + 1! = 2!$$

Σχετικιστική Κινηματική:

Αν ένα σύστημα αναφοράς S' κινείται με ταχύτητα V ως προς ένα σύστημα αναφοράς S, τότε:

$$x' = \gamma\left(x - Vt\right) \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t' = \gamma\left(t - \frac{V}{c^2}x\right) \qquad \beta \equiv \frac{V}{c} \qquad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\Delta\ell = \Delta\ell_0 / \gamma \qquad \Delta t = \gamma\,\Delta t_0 \qquad \upsilon_x = \frac{\upsilon'_x + V}{1 + \dfrac{\upsilon'_x V}{c^2}}, \qquad \upsilon_y = \frac{\upsilon'_y}{\gamma\left(1 + \dfrac{\upsilon'_x V}{c^2}\right)}, \qquad \upsilon_z = \frac{\upsilon'_z}{\gamma\left(1 + \dfrac{\upsilon'_x V}{c^2}\right)}.$$

Σχετικιστική Δυναμική:

$$m_0 = m(0) \qquad p = \gamma m_0 \upsilon \qquad E = \gamma m_0 c^2 \qquad m = \gamma m_0 \qquad E^2 = m_o^2 c^4 + p^2 c^2$$